Dipartimento di Ingegneria
Civile e Meccanica
Università di Cassino e del Lazio Meridionale

Fatica (HCF): danno cumulativo

Lecture 5 – Danno cumulativo

INTRODUZIONE

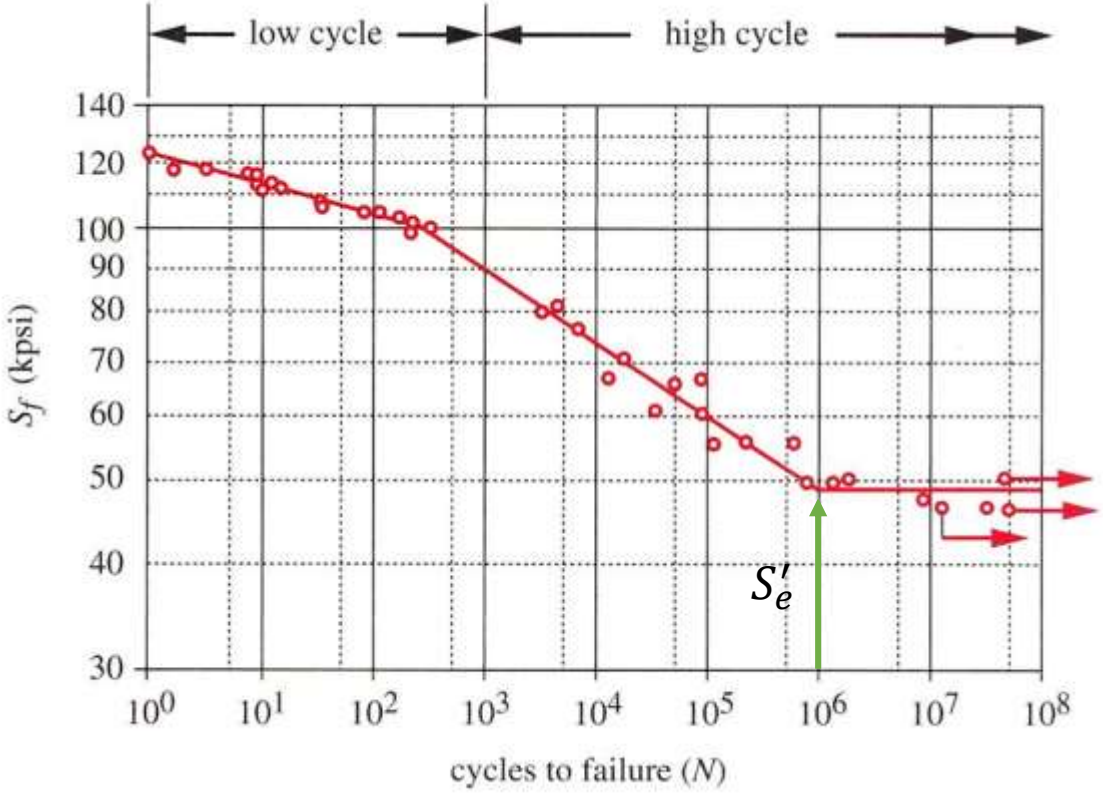
- Lo strumento essenziale per la progettazione a fatica ad elevato numero di cicli (HCF) è la retta di Basquin:

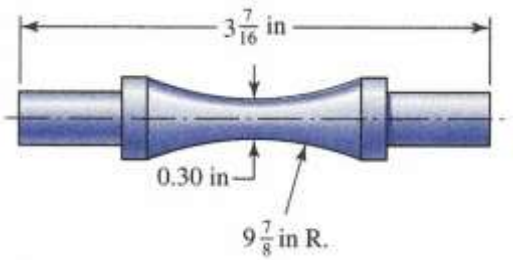
$$\ln(\sigma_a) = \ln(A) + \alpha \ln(N)$$

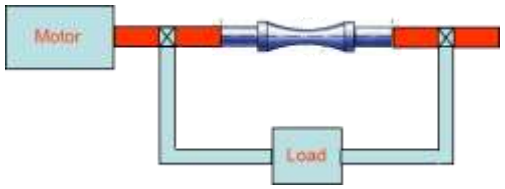
- E' uno strumento di derivazione pura sperimentale

- I dati sperimentali sono ottenuti su campioni in laboratorio soggetti, più frequentemente, a flessione rotante (Macchina di Moore)

- Le informazioni che si ottengono vanno opportunamente modificate per essere trasferibili al componente reale





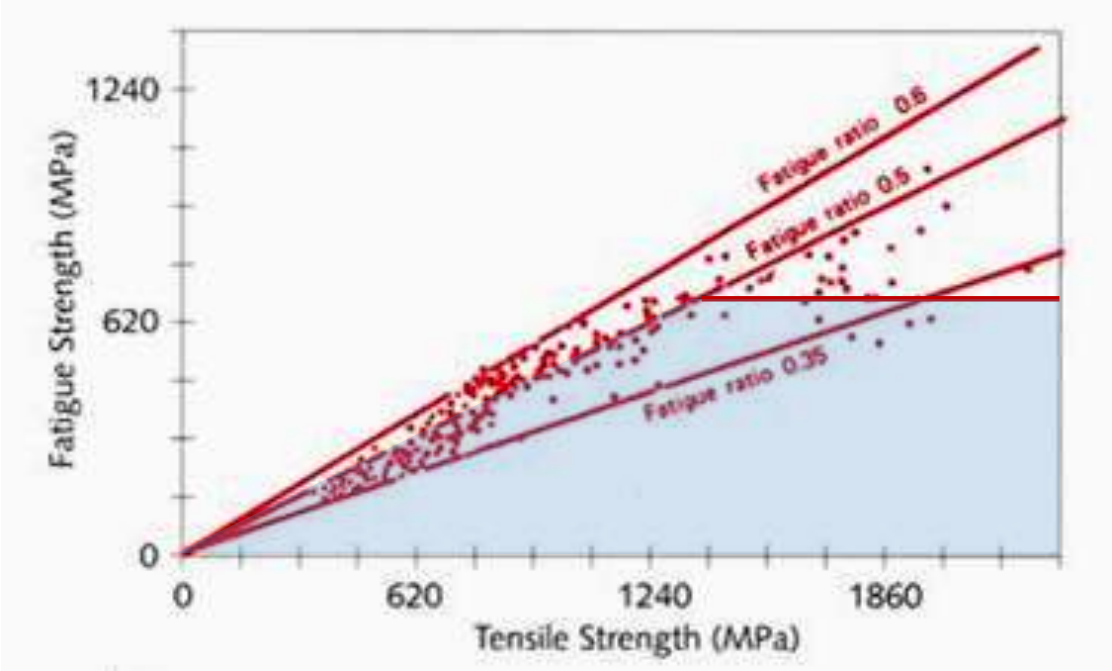


RELAZIONE RESISTENZA A FATICA VS ULTIMATE STRESS

- Un parametro essenziale è l'«endurance» o limite di fatica.

$$S_e' \ (USA) \ \ \sigma_{aL} \ (UNI)$$

- Esiste una correlazione tra l'endurance e la resistenza ultima del materiale



Acciai

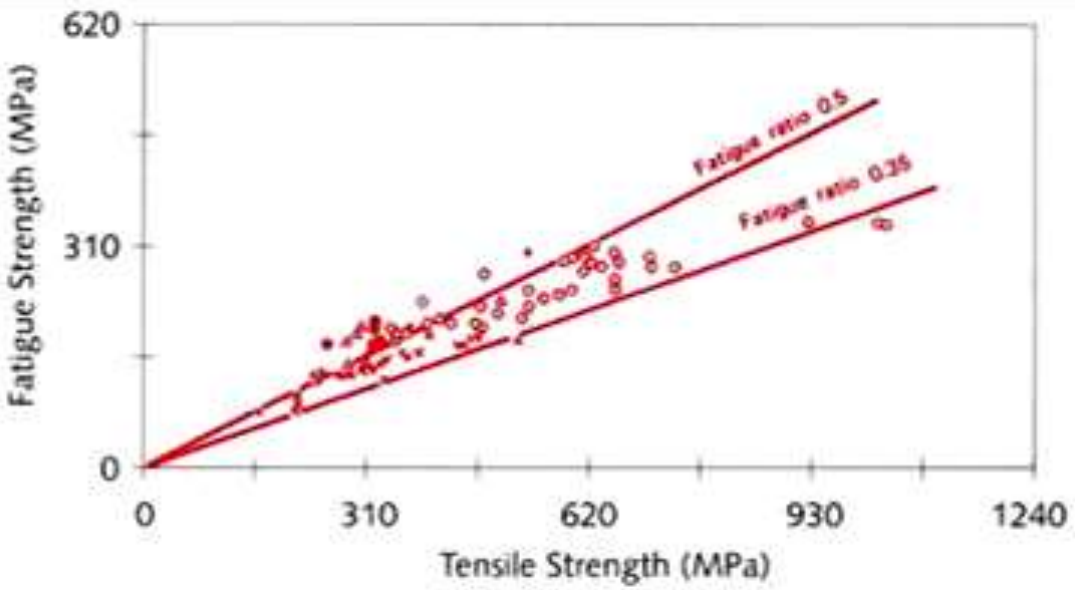
$$S_e' = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ ksi } (1400 \text{ MPa}) \\ 100 \text{ ksi} & S_{ut} > 200 \text{ ksi} \\ (700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa}) \end{cases}$$

RELAZIONE RESISTENZA A FATICA VS ULTIMATE STRESS

- Un parametro essenziale è l'«endurance» o limite di fatica.

$$S_e' \ (USA) \ \ \sigma_{aL} \ (UNI)$$

- Esiste una correlazione tra l'endurance e la resistenza ultima del materiale



Ghise

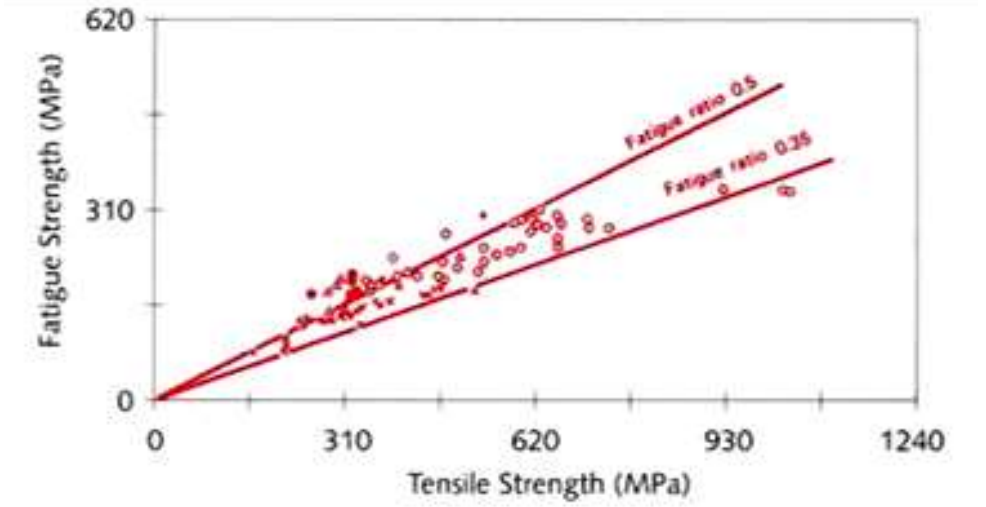
$$S_e' = \begin{cases} 0.4S_{ut} & S_{ut} \leq 60 \text{ ksi } (400 \text{ MPa}) \\ 24 \text{ ksi} & S_{ut} > 60 \text{ ksi} \\ (160 \text{ MPa} & S_{ut} > 400 \text{ MPa}) \end{cases}$$

RELAZIONE RESISTENZA A FATICA VS ULTIMATE STRESS

Leghe di alluminio

$$S_e' = \begin{cases} 0.4S_{ut} & S_{ut} \leq 48 \text{ ksi } (330 \text{ MPa}) \\ 19 \text{ ksi} & S_{ut} > 48 \text{ ksi} \\ (130 \text{ MPa} & S_{ut} > 330 \text{ MPa}) \end{cases}$$

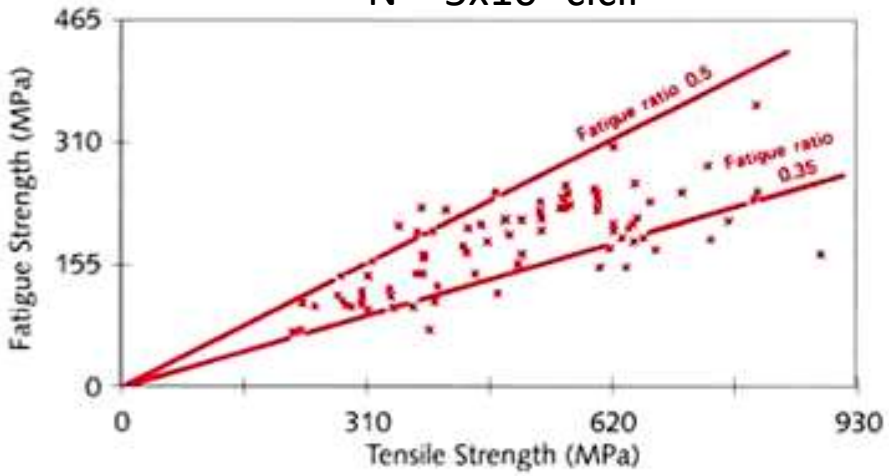
N = 5×10^8 cicli



Leghe di rame

$$S_e' = \begin{cases} 0.4S_{ut} & S_{ut} \leq 40 \text{ ksi } (240 \text{ MPa}) \\ 14 \text{ ksi} & S_{ut} > 48 \text{ ksi} \\ (100 \text{ MPa} & S_{ut} > 280 \text{ MPa}) \end{cases}$$

N = 5×10^8 cicli



FATTORI DI CORREZIONE DELLA ENDURANCE

$$S_e = C_{load}\ C_{size}\ C_{surf}\ C_{temp}\ C_{rel}\ (S'_e)$$

- Il parametro di endurance viene corretto per il componente a partire dal valore di riferimento ottenuto su provette lisce rettificate.
- I coefficienti tengono in conto:
  - Della natura della sollecitazione
  - Della dimensione del componente (effetto volume)
  - Della finitura superficiale
  - Della temperatura
  - Dell'affidabilità (dispersione dei dati sperimentali

FATTORI DI CORREZIONE DELLA ENDURANCE

$$S_e = C_{load}\ C_{size}\ C_{surf}\ C_{temp}\ C_{rel}\ (S'_e)$$

- Della natura della sollecitazione
  - C_{load}

Flessione pura	$C_{load} = 1$
Sforzo normale	$C_{load} = 0.7$
Torsione pura	$C_{load} = 1$ se si usa von Mises altrimenti 0.577.
Carico combinato	$C_{load} = 1$

FATTORI DI CORREZIONE DELLA ENDURANCE

$$S_e = C_{load}\ C_{size}\ C_{surf}\ C_{temp}\ C_{rel}\ (S'_e)$$

- Dimensione C_{size}

For sezione circolare piena

$d \leq 0.3$ in. (8 mm)	$C_{size} = 1$
0.3 in. $< d \leq 10$ in.	$C_{size} = .869(d)^{-0.097}$
8 mm $< d \leq 250$ mm	$C_{size} = 1.189(d)^{-0.097}$

Se il componente è più largo di 10in. (250 cm), si utilizza $C_{size} = 0.6$

FATTORI DI CORREZIONE DELLA ENDURANCE

$$S_e = C_{load}\ C_{size}\ C_{surf}\ C_{temp}\ C_{rel}\ (S'_e)$$

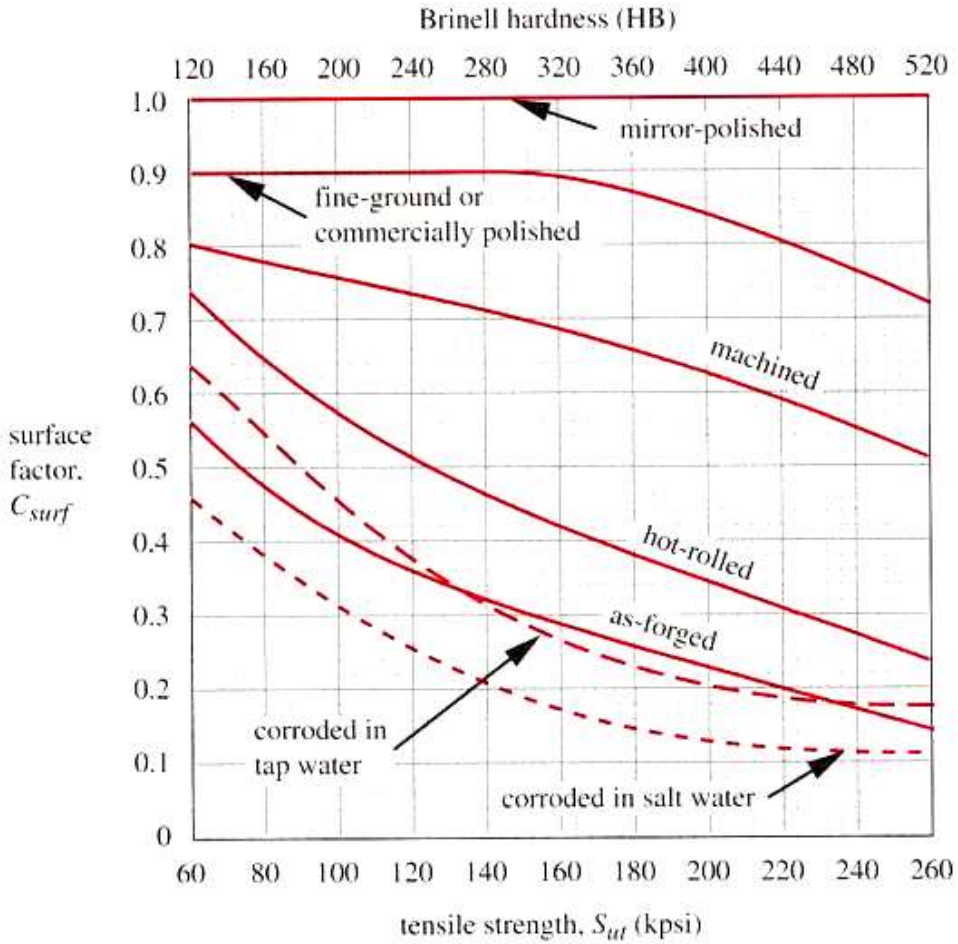
-
- Effetto finitura superficiale C_{surf}

$$C_{surf} = A\,(S_{ut})^b$$

Table 6-3 **Coefficients for the Surface-Factor Equation**

Source: Shigley and Mischke, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989, p. 283 with permission

	MPa		kpsi	
Surface Finish	*A*	*b*	*A*	*b*
Ground	1.58	−0.085	1.34	−0.085
Machined or cold-rolled	4.51	−0.265	2.7	−0.265
Hot-rolled	57.7	−0.718	14.4	−0.718
As-forged	272	−0.995	39.9	−0.995



FATTORI DI CORREZIONE DELLA ENDURANCE

$$S_e = C_{load}\ C_{size}\ C_{surf}\ C_{temp}\ C_{rel}\ (S'_e)$$

- Effetto temperatura C_{temp}

- Temperature elevate riducono la vita a fatica di un componente. Per ottenere risultati accurati, è necessario utilizzare una camera ambientale e ottenere il limite di resistenza sperimentalmente alla temperatura desiderata.

$$C_{temp} = 1 \quad \text{for} \quad T \leq 450\ ^{o}C\ (840\ ^{o}F)$$

FATTORI DI SENSIBILITÀ AGLI INTAGLI IN FATICA

- Dati sperimentali mostrano che il fattore di concentrazione degli sforzi effettivo non è elevato come indicato dal valore teorico, Kt.
- Il fattore di concentrazione sembra essere funzione del raggio dell'intaglio e della tensione a rottura del materiale.

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q$$

Notch sensitivity factor

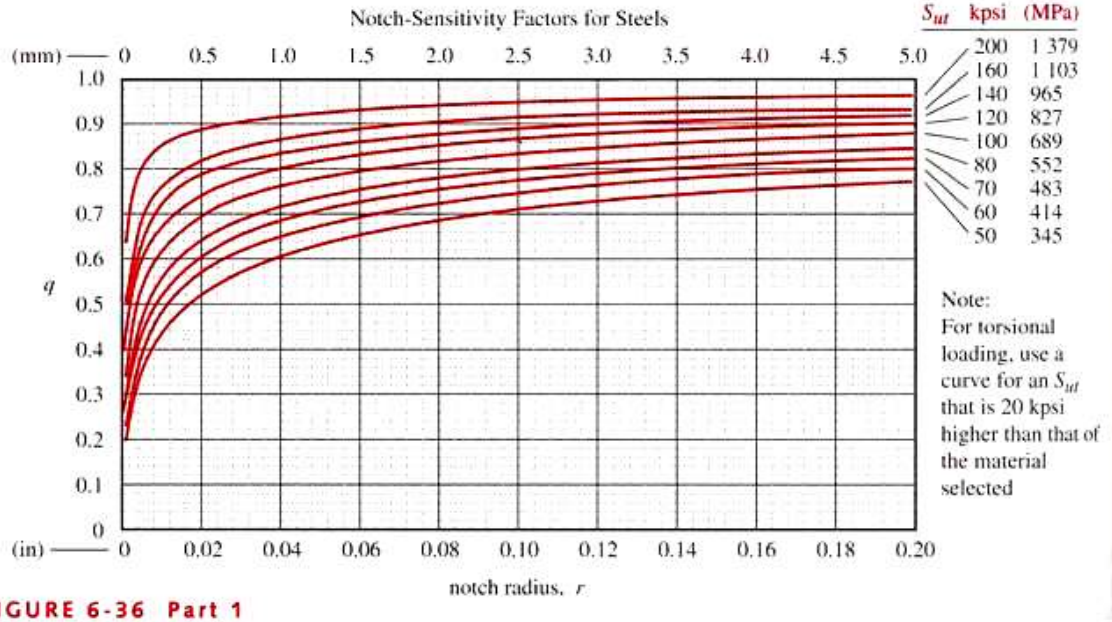
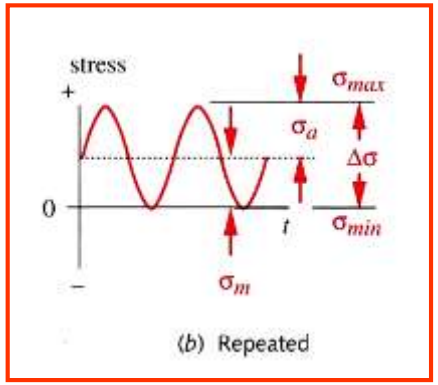


FIGURE 6-36 Part 1

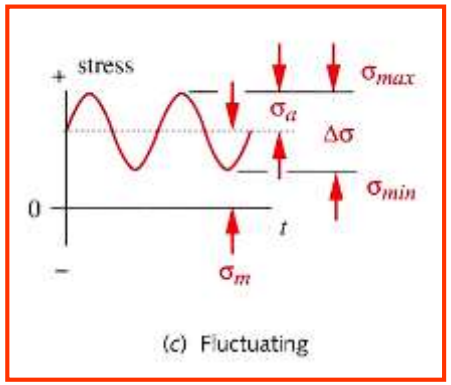
Notch-Sensitivity Curves for Steels Calculated from Equation 6.13 Using Data from Figure 6-35 as Originally Proposed by R. E. Peterson in "Notch Sensitivity," Chapter 13 in *Metal Fatigue* by G. Sines and J. Waisman, McGraw-Hill, New York, 1959.

EFFETTO TENSIONE MEDIA

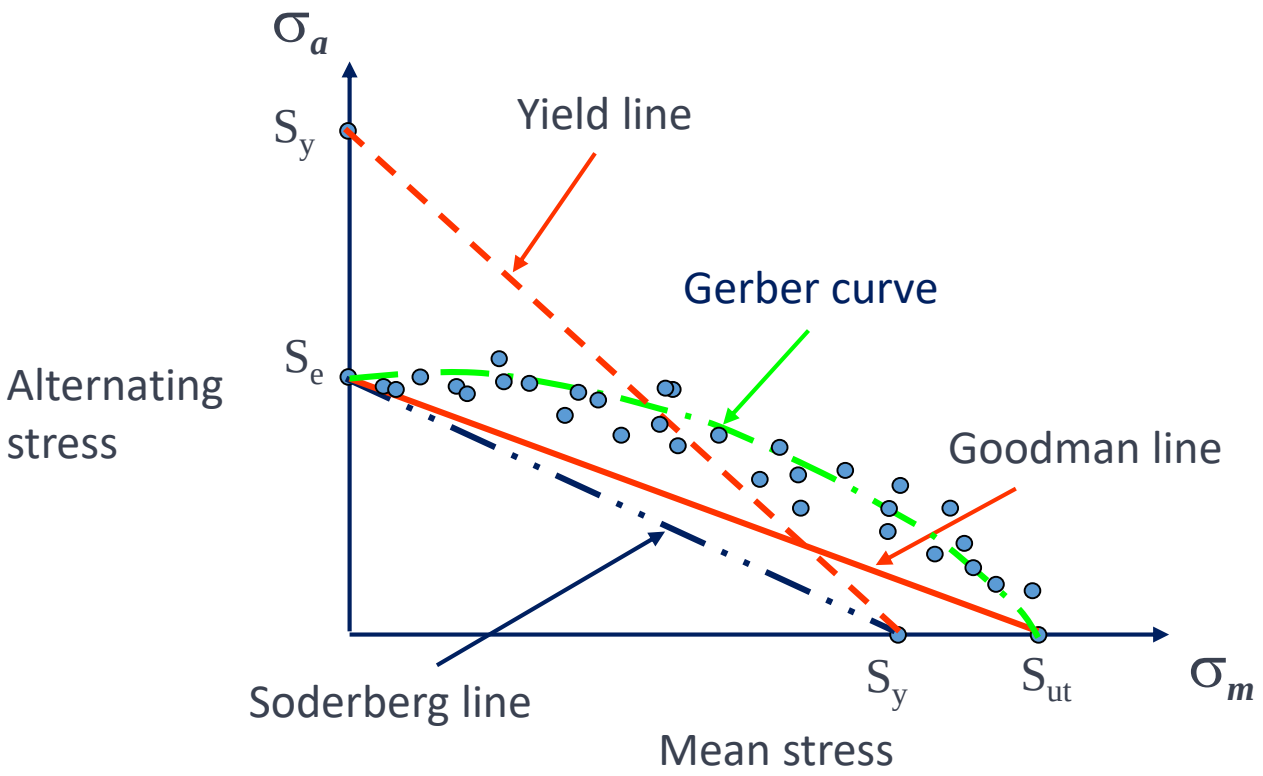
Tensione media nel caso di ciclo pulsante dall'origine e generico carico oscillante



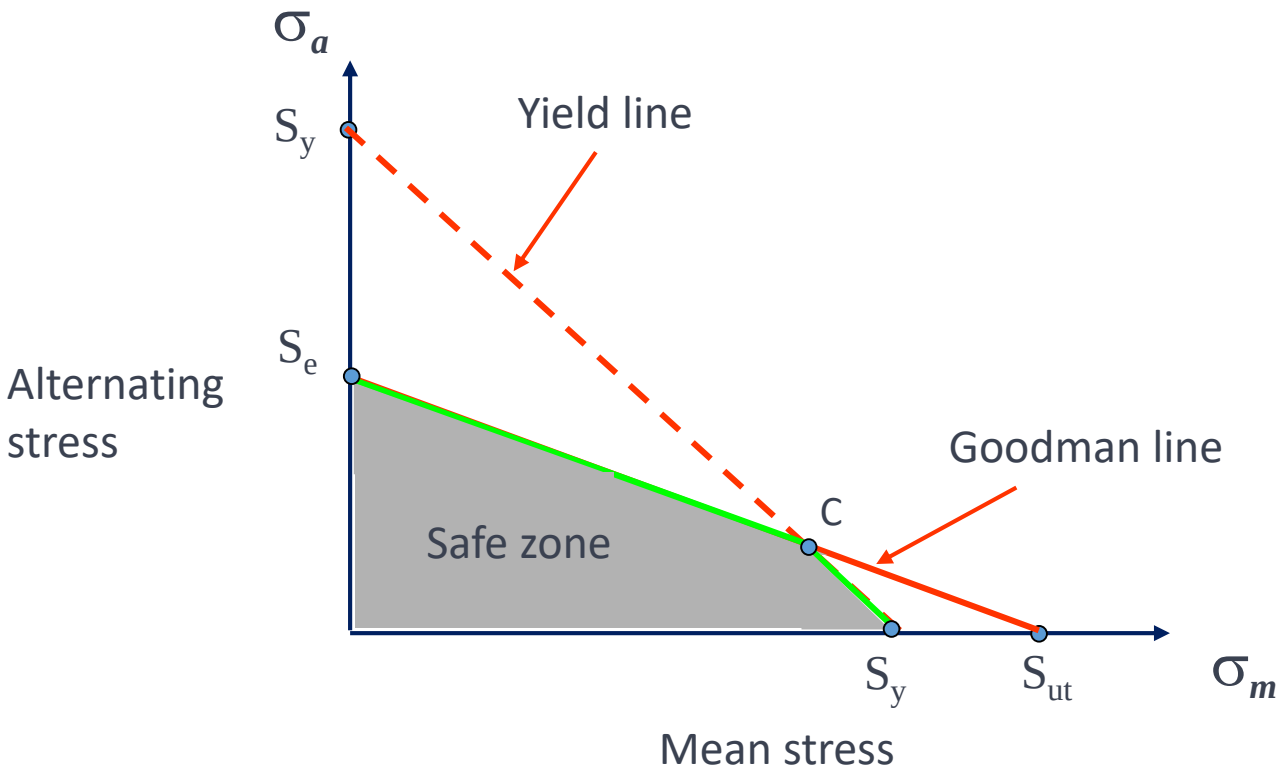
(b) Repeated



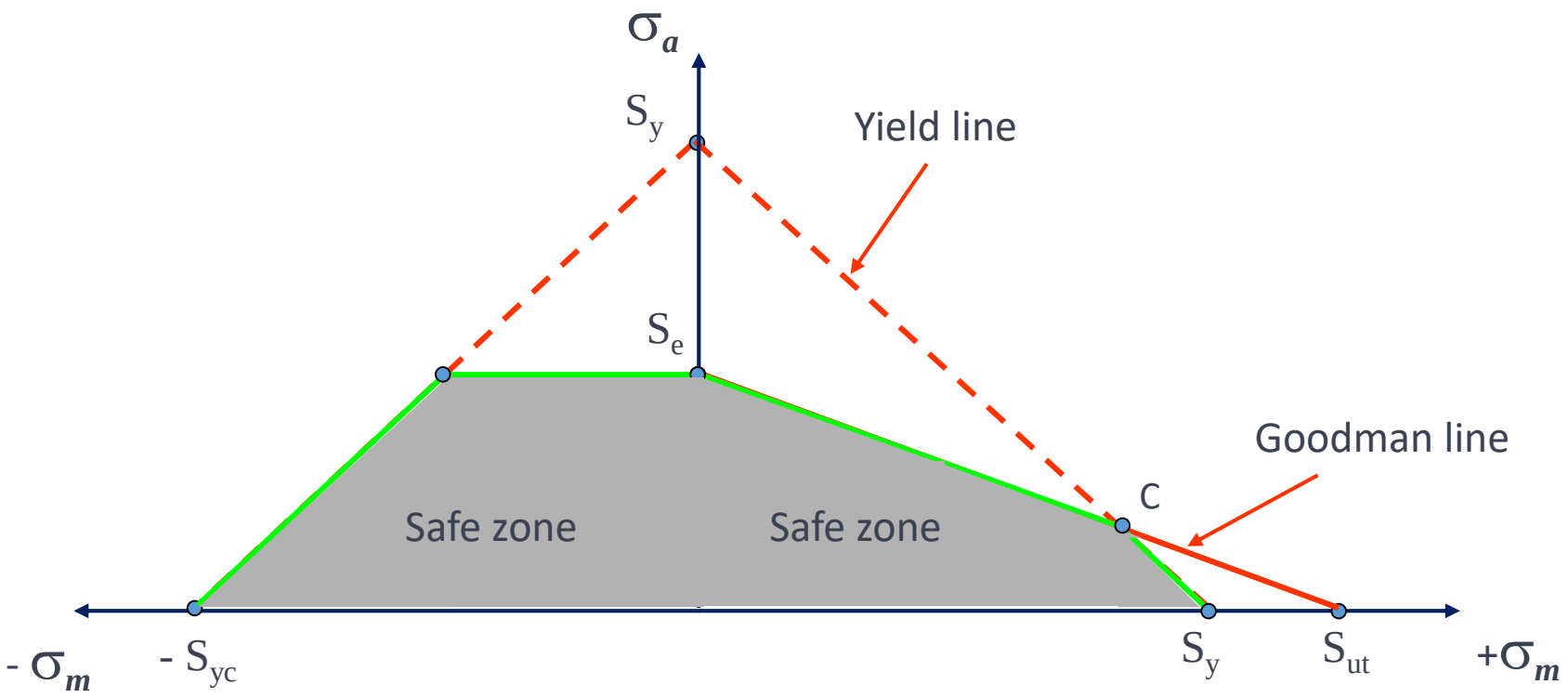
(c) Fluctuating



EFFETTO TENSIONE MEDIA: DIAGRAMMA DI GOODMAN MODIFICATO



EFFETTO TENSIONE MEDIA: DIAGRAMMA DI GOODMAN MODIFICATO

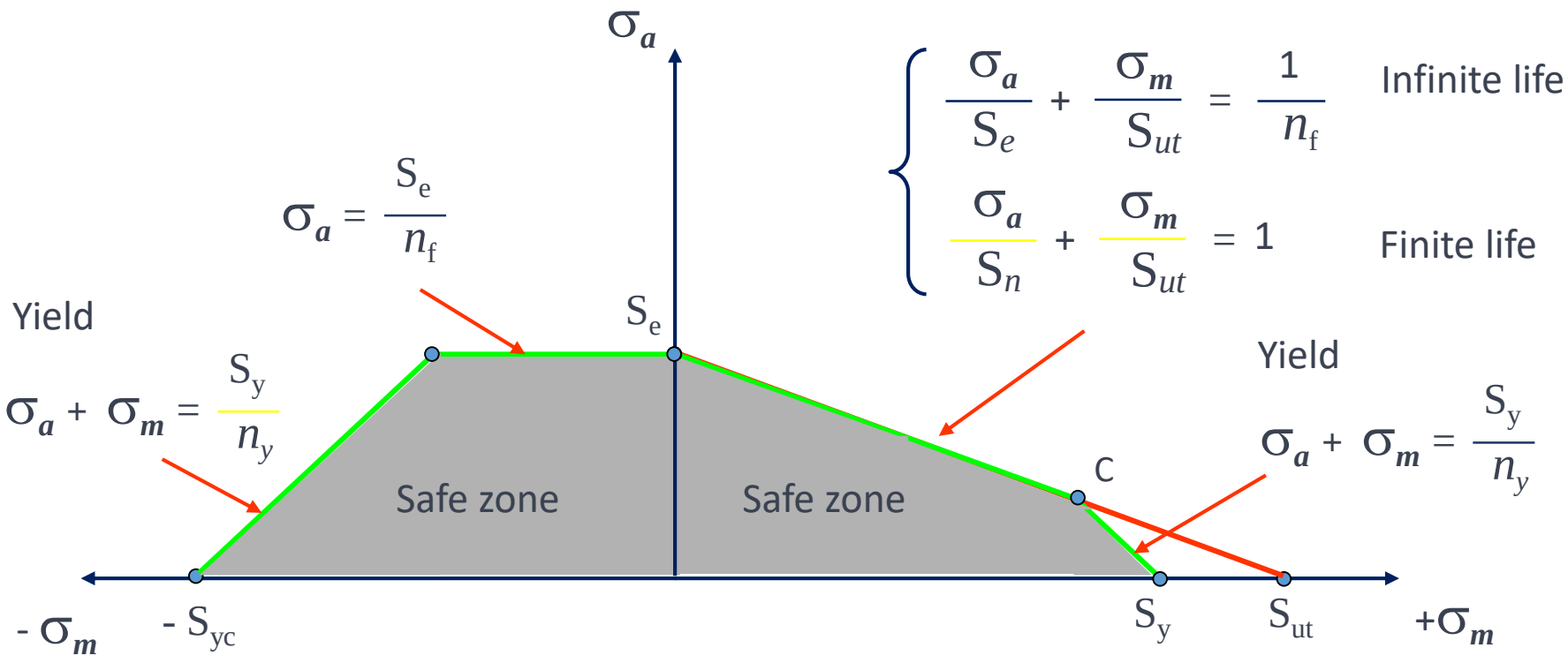


EFFETTO TENSIONE MEDIA: DIAGRAMMA DI GOODMAN MODIFICATO

Fatigue, $\sigma_m \leq 0$

Fatigue, $\sigma_m > 0$

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_a}{S_e} + \dfrac{\sigma_m}{S_{ut}} = \dfrac{1}{n_f} & \text{Infinite life} \\ \dfrac{\sigma_a}{S_n} + \dfrac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 & \text{Finite life} \end{cases}$$



CARICO COMBINATO

Nel caso generico esistono tutte e Quattro le componenti di sollecitazione,

σ_{xa} alternating component of normal stress

σ_{xm} mean component of normal stress

τ_{xya} alternating component of shear stress

τ_{xym} mean component of shear stress

Calcoliamo la componente alternate e media degli sforzi principali

$$\sigma_{1a}, \sigma_{2a} = (\sigma_{xa}/2) \pm \sqrt{(\sigma_{xa}/2)^2 + (\tau_{xya})^2}$$

$$\sigma_{1m}, \sigma_{2m} = (\sigma_{xm}/2) \pm \sqrt{(\sigma_{xm}/2)^2 + (\tau_{xym})^2}$$

CARICO COMBINATO

Si calcola la tensione di von Mises della componente alternate e media,

$$\sigma_a' = \left(\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 - \sigma_{1a}\sigma_{2a}\right)^{1/2}$$

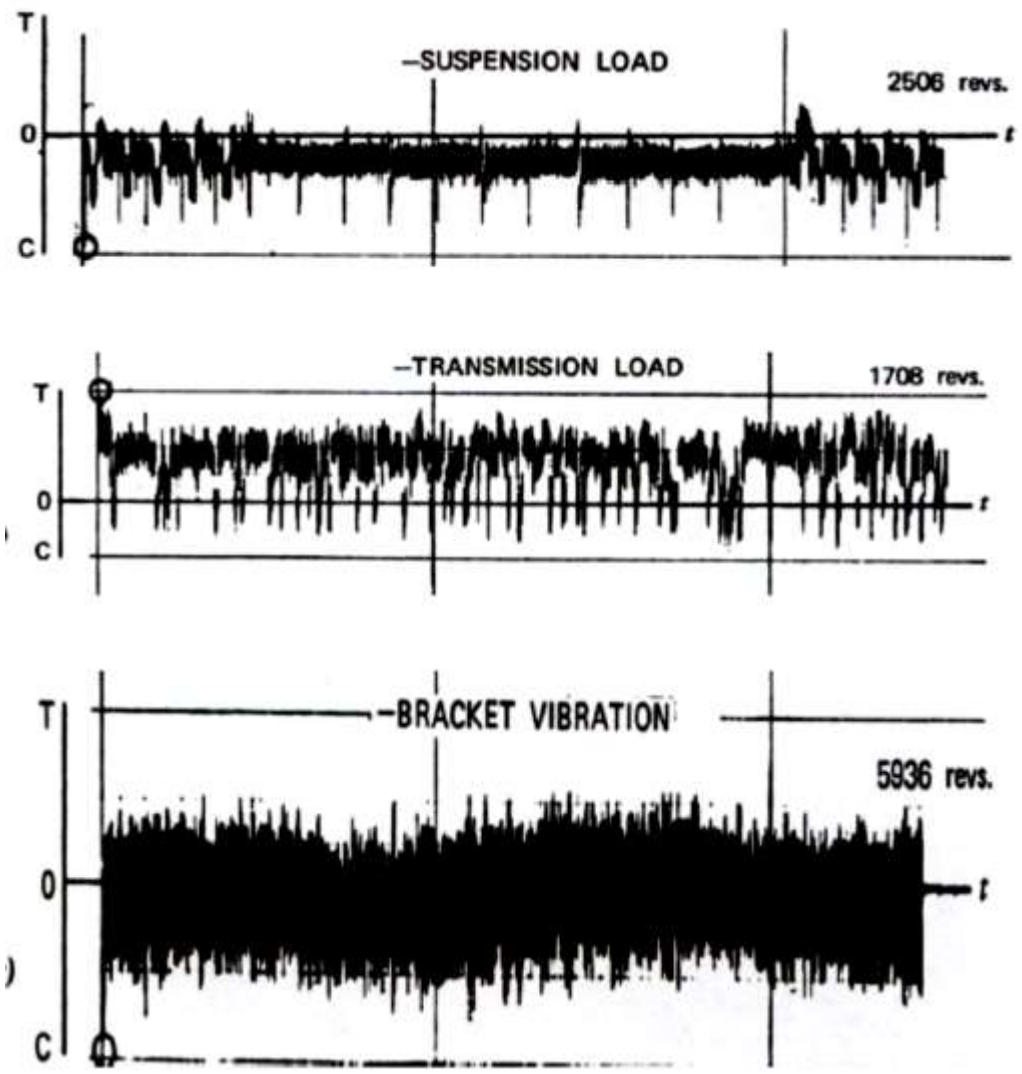
$$\sigma_m' = \left(\sigma_{1m}^2 + \sigma_{2m}^2 - \sigma_{1m}\sigma_{2m}\right)^{1/2}$$

Fatigue design equation

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f}$$ Infinite life

OVERSTRESSING E UNDERSTRESSING

- Nella realtà l'ampiezza di sollecitazione non si mantiene costante come nei test di laboratorio ma varia.
- Per misurare la storia di carico, trasduttori (più comunemente estensimetri) sono posizionati nelle aree critiche del componente (spesso identificato dal FEA o sperimentalmente).
- I dati acquisiti dai trasduttori sono solitamente registrati e memorizzati da un computer o da altri dispositivi.
- I dati possono essere filtrati per isolare i carichi primari dal rumore.
- I dati sono quindi spesso riassunti o compressi da metodi di conteggio al fine di semplificare i calcoli di danni di affaticamento di ciclo.



OVERSTRESSING E UNDERSTRESSING

- Le reali storie di carico reale possono essere direttamente applicate a provini di piccole dimensioni, componenti, sotto assiemi e sistemi in piena scala con sistemi di test elettro-idraulico a circuito chiuso.

- Storicamente, storie di carico complesse sono spesso sostituite da spettri semplificato

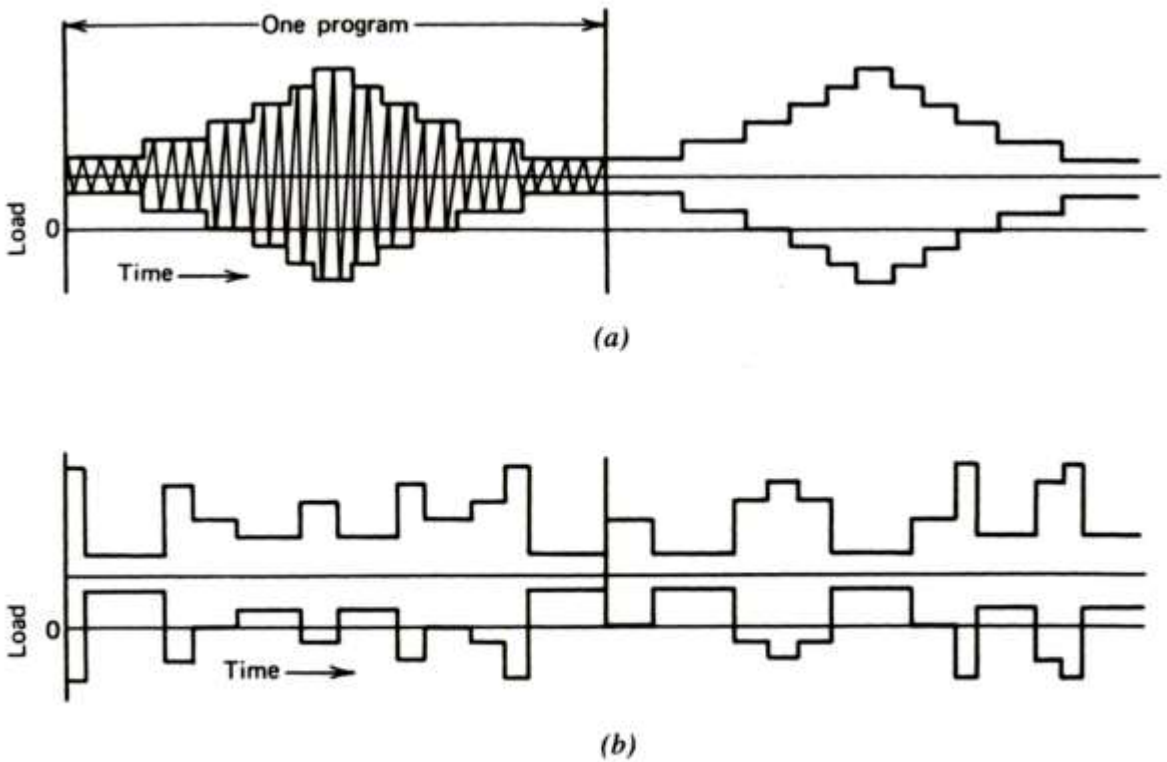


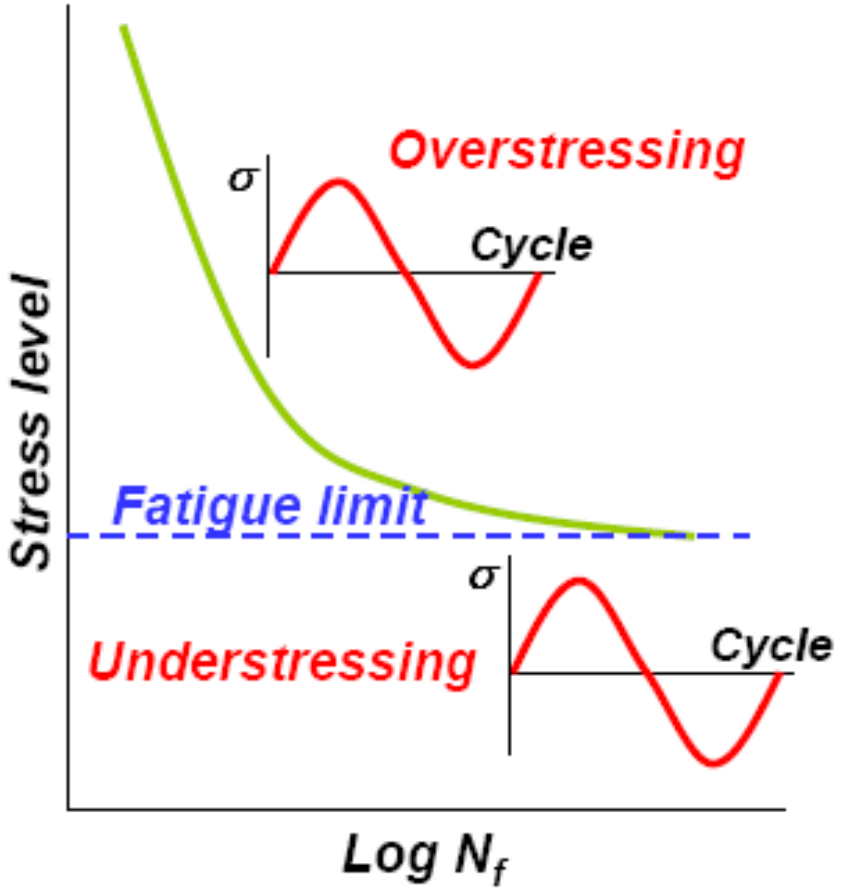
Figure 9.2 Block program load spectra. (*a*) Programmed six load level test. (*b*) Random block program loading.

OVERSTRESSING E UNDERSTRESSING

- Nella realtà l'ampiezza di sollecitazione non si mantiene costante come nei test di laboratorio ma varia.

- Overstressing. Il livello di sforzo applicato inizialmente è superiore al limite di fatica per un breve periodo di tempo e successivamente si continua a ciclare sotto sotto il limite di fatica: l' overstressing riduce il limite di fatica (endurance)

- Undestressing. Il livello di sforzo applicato inizialmente è sotto il limite di fatica e successivamente si continua a ciclare sopra il limite: l'understressing aumenta il limite di fatica



DANNO CUMULATIVO

- La percentuale di vita a fatica consumata dal funzionamento a un dato livello di sforzo operativo dipende dalla intensità dei livelli di stress successivi
- Legge del danno cumulativo di Palmgren-Miner:

$$\sum \frac{n_i}{N_{fi}} = \frac{n_1}{N_{fi}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \ldots\ldots = 1$$

- Vantaggi: semplicità di utilizzo, restituisce risultati accettabili
- Svantaggi:
  - non considera l'effetto della sequenza dei carichi
  - si assume che il danno accumuli con la stessa velocità per un'assegnato livello di sforzo senza tener conto della storia precedente

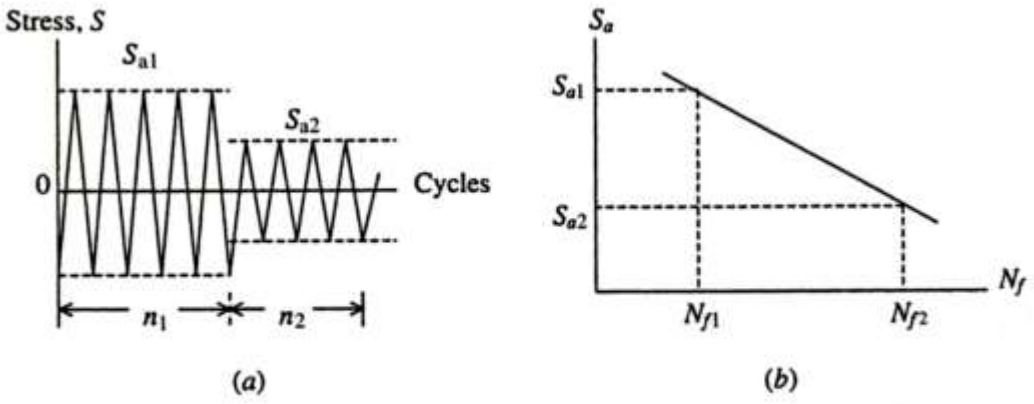


Figure 9.3 Constant amplitude stress blocks and S–N curve. (a) Constant amplitude stress blocks. (b) S–N curve.

DANNO CUMULATIVO

- Evidenze sperimentali
- Per sequenze di sforzo crescenti la somma del danno alla Miner è >1
- Per sequenze di sforzo decrescente il danno alla Miner è <1
- Valor tipici: 0.24 – 4
- Per un ciclo pseudo random: 0.6 - 1.6

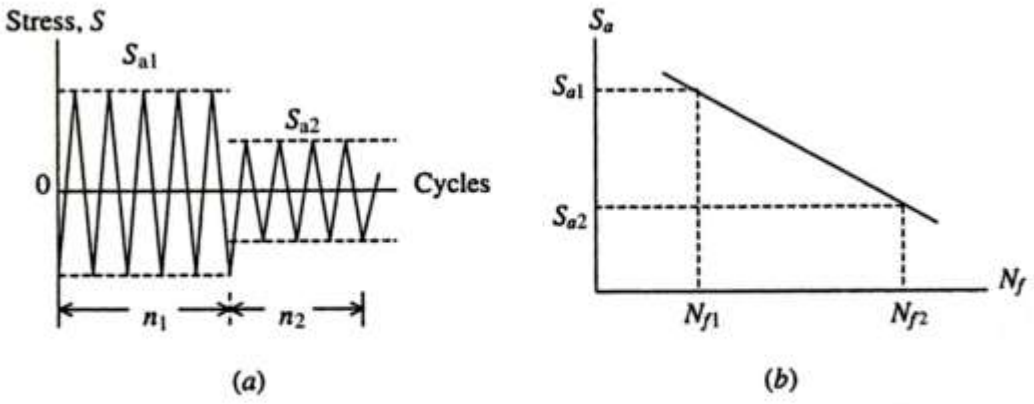


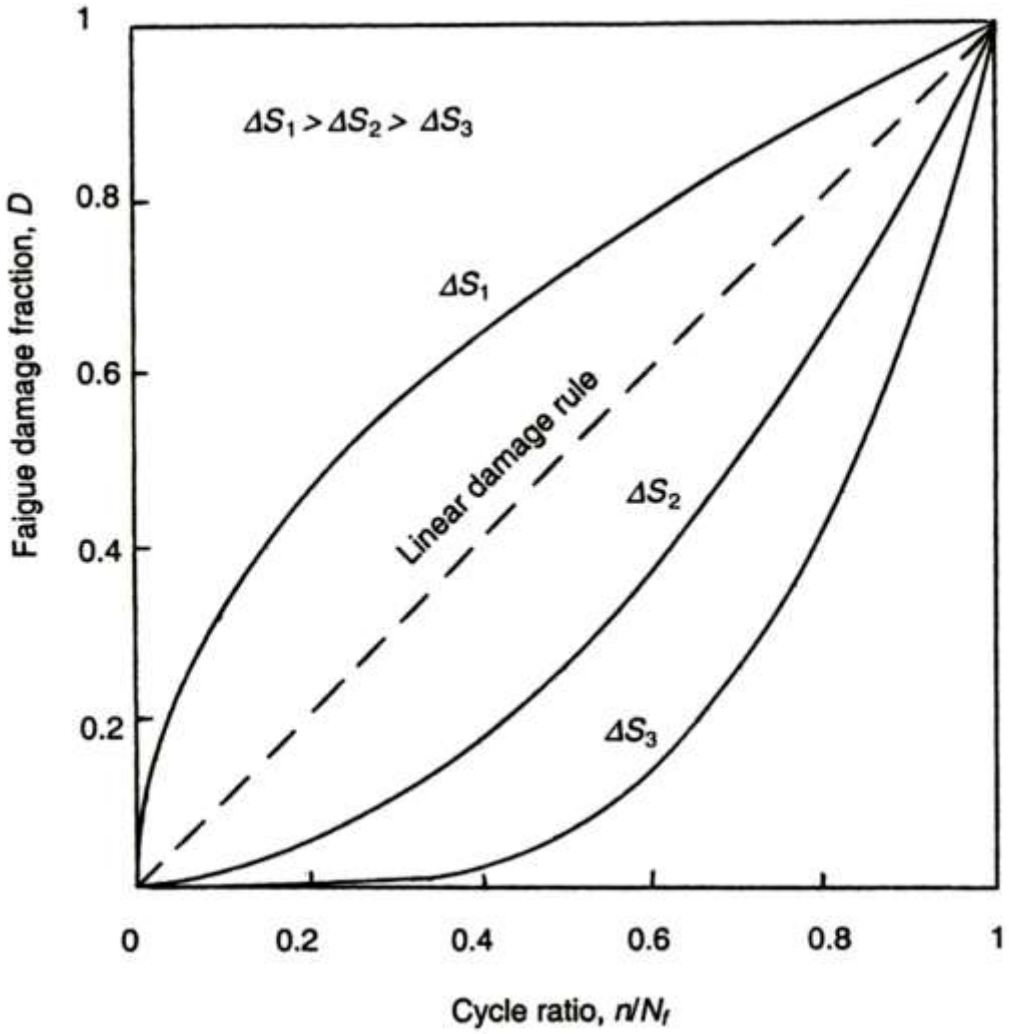
Figure 9.3 Constant amplitude stress blocks and S–N curve. (a) Constant amplitude stress blocks. (b) S–N curve.

DANNO CUMULATIVO: TEORIE NON-LINEARI

- Sono state proposte diversi modelli definiti teori non-lineari di accumulo del danno
  - Marco-Starkey
    - Il danno per ogni livello di sforzo (sinusoide) è definito come

$$D = \left(\frac{n}{N} \right)^{m_i(\sigma)}$$

    - Un campione sottoposto ad una sequenza qualsiasi di cicli sinusoidali cede quando il danno raggiunge l'unità

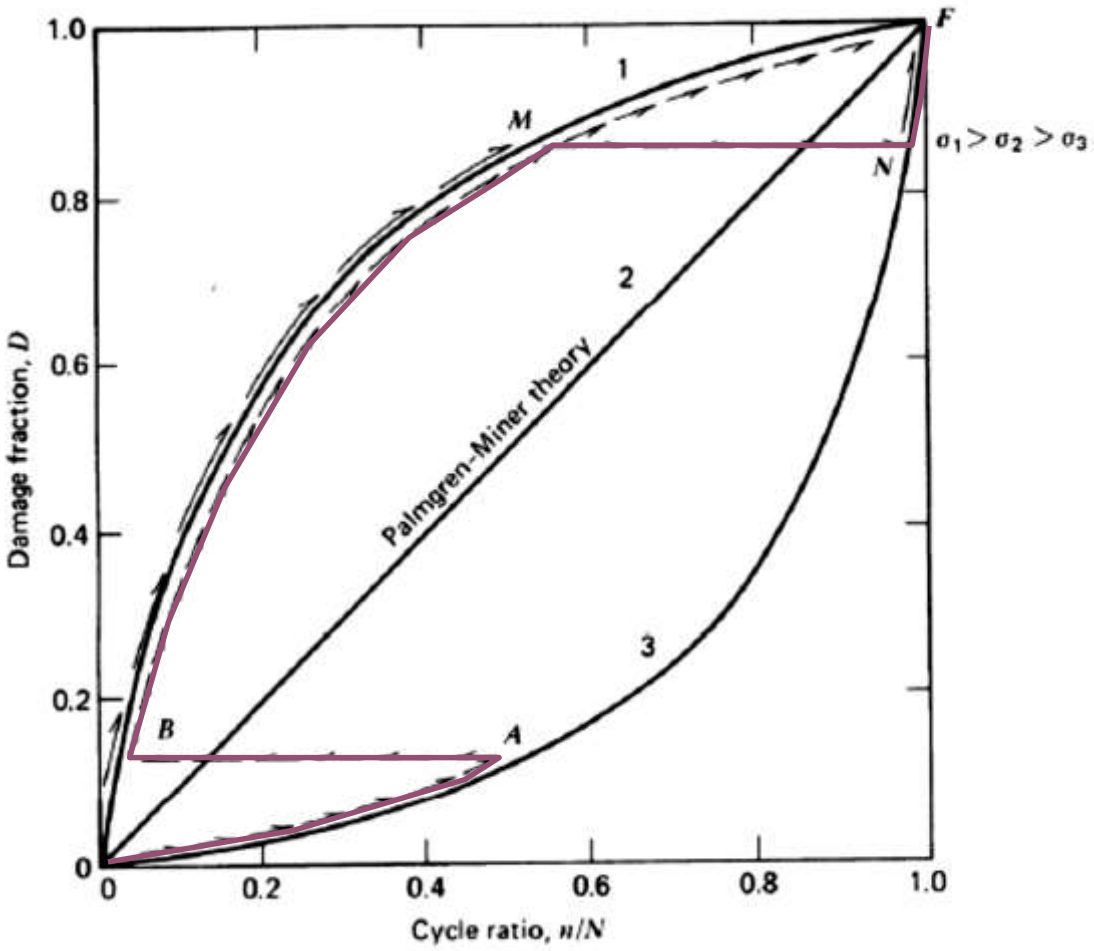


DANNO CUMULATIVO: TEORIE NON-LINEARI

- Sono state proposte diversi modelli definiti teori non-lineari di accumulo del danno
  - Marco-Starkey
    - Il danno per ogni livello di sforzo (sinusoide) è definito come

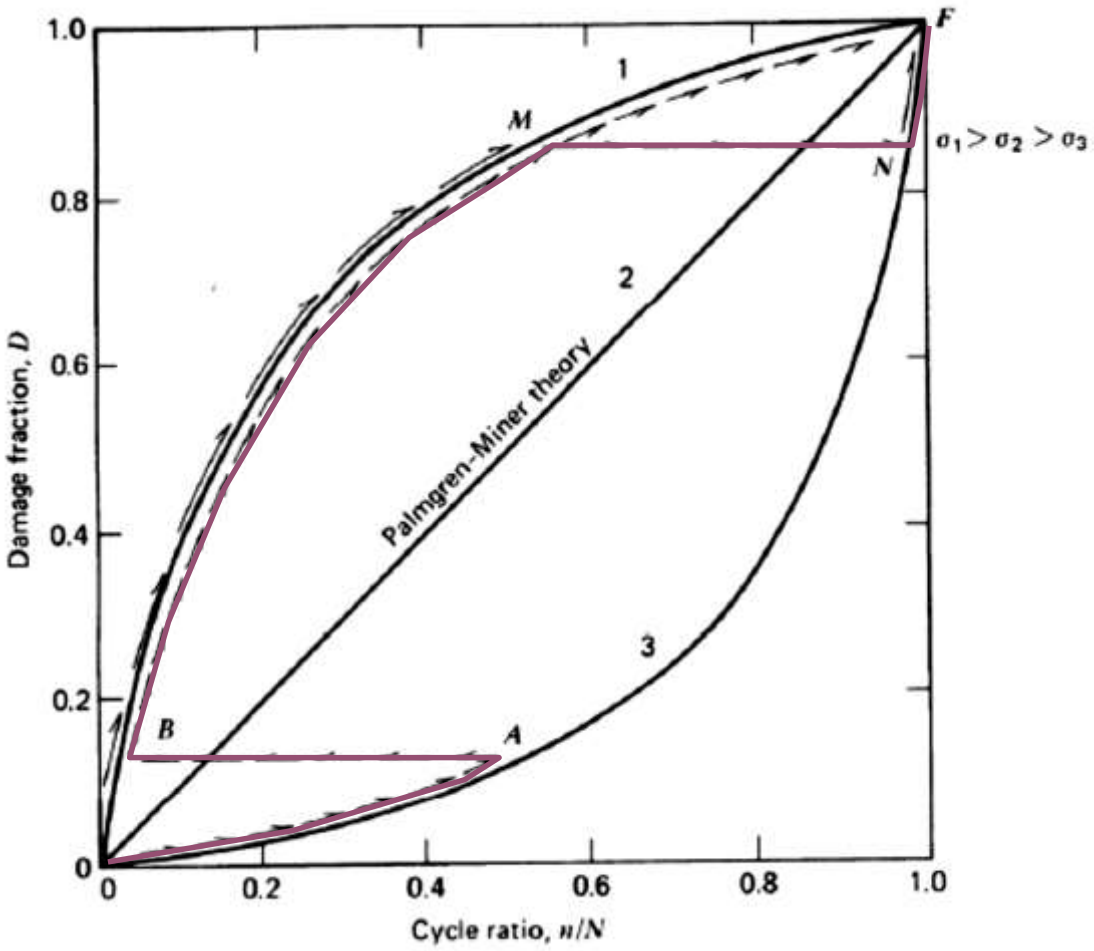
$$D = \left(\frac{n}{N} \right)^{m_i(\sigma)}$$

    - Un campione sottoposto ad una sequenza qualsiasi di cicli sinusoidali cede quando il danno raggiunge l'unità



DANNO CUMULATIVO: TEORIE NON-LINEARI

- Altri modelli:
  - Henry Cumulative Damage

$$D = \frac{S_0 - S}{S_0} \qquad D = \frac{\left(\frac{n}{N}\right)}{1 + \left(\frac{S_0}{\sigma_a - S_0}\right)\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

  - Gatts
  - Corten-Dolan (vedi testo)